

Examen successions
1^r Batxillerat
28 de novembre de 2025

Nom i Cognoms: _____

1. (4 punts) Calculeu els següents límits. Els apartats on calgui resoldre una indeterminació del tipus $\infty - \infty$ o 1^∞ valen 1 punt. La resta mig.

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2n^2 + 5}{3n^2 - 3} \right)^{\frac{-2n^2}{n+1}} =$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2n^2 - 3n + 1}{n^2 - 3n + 1} - \frac{n^2 + 2n + 1}{n + 2} =$

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 3n + 1}{2n^2 - 2n - 2} \right)^{3n+4} =$

(d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{5n+2}{7n-3} \right)^{n^2+3} =$

(e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 - 2n + 1} - \sqrt{n^2 + 3n + 2} =$

2. (1.5 punts) Calculeu el següent límit

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^5 + 4n^4 - 3n^2 + 2n + 1}{n^3 - 2n^2 + n - 2} - \frac{n^4 + 3n^3 + 2n^2 - n - 1}{n^2 - 3n + 3}$$

3. (1 punt) Donades dues successions que compleixen que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty$ i sabent que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{c_n}\right)^{c_n} = e$$

demostru que es compleix que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n)^{b_n} = e^{\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - 1) \cdot b_n}$$

4. (2 punts) Trobeu el domini i calculeu els punts de tall de les següents funcions

(a) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

(b) $f(x) = \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 2x}$

5. (1.5 punts) Un conte explica que un rei molt ric estava en deute amb un vell savi. Aquest li va demanar el següent: a la propera collita de blat em donaràs tants grans de blat com cabrien en un taulell d'escacs posats de manera que a la casella següent hi hagi del doble de grans que a l'anterior. El rei va acceptar sense pensar-s'ho massa.

(a) (1 punt) Si en un taulell d'escacs hi ha 64 caselles, quants grans de blat li va haver de donar el rei al vell si a la primera casella hi havia un gra de blat?

(b) (0.5 punts) Si un gra de blat pesa 0.033 grams i en un sac hi caben 30 kg de blat, quants sacs de blat, aproximadament, va haver de donar el rei al vell savi?