

Dossier d'exercicis de combinatòria
4^{rt} ESO
Curs 2025-2026

Nom i Cognoms: _____

1 Diagrames d'arbre

1. Quants nombres podem fer de dos i tres xifres amb els nombres 1, 2 i 3?

2. Llancem un dau i una moneda. Quants resultats possibles diferents existeixen?

3. En un menú d'un restaurant tenim disponibles 3 primers plats, dos segons i quatre postres. Quants menús diferents es poden demanar?

4. Quants resultats possible hi ha si llancem quatre monedes?

2 Variacions amb repetició

5. Disposem de quatre lletres a,b,c, i d. Quantes paraules de tres lletres podem formar?
6. Tenim un cademat de 4 rodets. Si sabem que les dues primeres xifres són 0 i 7, quantes combinacions haurem de provar per obrir-lo?
7. El sistema actual de matrícules de cotxes a l'estat identifica cada matrícula amb un nombre de 4 xifres seguit de tres consonants de l'alfabet, amb l'excepció de la lletra Q.

- (a) Quantes matrícules diferents es poden fer amb aquest sistema?
- (b) Quantes matrícules poden contenir les lletres LBC en aquest ordre?
- (c) Quantes matrícules poden contenir exactament una lletra L?
- (d) Quantes matrícules poden contenir exactament dues lletres L?
- (e) Quantes matrícules poden contenir exactament tres lletres L?
- (f) Quantes matrícules poden contenir alguna lletra L?

3 Variacions sense repetició

8. En una competició hi corren 8 atletes. Hi haurà medalla d'or pel primer, de plata pel segon i bronze pel tercer. Quants podis diferents es poden establir?

9. Un equip d'handbol format per 9 jugadors s'ha de repartir la numeració de les samarretes. Hi ha disponibles els números de 1 al 20 i el porter ha de portar el número 1. De quantes maneres diferents es poden repartir els números de les samarretes?

4 Permutacions

10. Calcula:
 - (a) P_6
 - (b) P_7
 - (c) P_5
 - (d) P_8
11. De quantes maneres diferents podem col·locar 10 llibres en un prestatge?

12. De quantes maneres diferents pot quedar ordenada una baralla espanyola de 48 cartes?

5 Combinacions

13. Calcula:

(a) C_5^3

(b) C_6^2

(c) C_9^4

(d) C_{10}^3

14. D'una classe de 30 alumnes en volem triar 5. De quantes maneres diferents ho podem fer?

Nombres combinatoris

15. Calcula:

(a) $\binom{75}{0}$

(b) $\binom{12}{10}$

(c) $\binom{8}{7}$

(d) $\binom{15}{5}$

16. Comprova les següents igualtats:

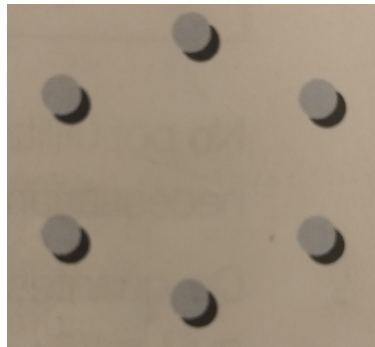
(a) $\binom{7}{7} = \binom{7}{0}$

(b) $\binom{4}{3} = \binom{4}{1}$

(c) $\binom{8}{3} = \binom{8}{5}$

(d) $\binom{6}{3} = \binom{5}{2} + \binom{5}{3}$

17. Unint els punts, quants segments diferents pots dibuixar? I quadrilàters?



18. Deu amics juguen a un joc de rol. Tres faran de llops i els altres de vilatans.

(a) De quantes maneres diferents es poden assignar els rols?

(b) Si ja saps que tu ets un vilatà, de quantes maneres es pot fer el repartiment de rols dels altres jugadors?

- (c) I si ja saps que faràs el rol de llop, de quantes maneres diferents es podran repartir els rols dels altres jugadors?
- (d) A més dels tres llops introduïm ara dos rols més: dos enamorats i una bruixa, la resta seran vilatans. De quantes maneres es poden repartir tots els rols?

Problemes i exercicis

19. Tenim un cademat de combinació amb cinc rodets. Quants codis diferents podem configurar si cada rodeta conté números del 0 al 9?
20. Un grup musical ha compost 11 cançons per elaborar un àlbum. a. De quantes maneres pot ordenar-les? b. En un concert vol presentar 4 d'aquestes. De quantes maneres pot

triar-les? L'ordre és important.

21. Calcula quantes banderes de tres bandes horitzontals poden fer-se amb els colors verd, negre, vermell, groc i blau en els següents casos: a. És possible repetir colors en franges exteriors. b. Les tres franges han de ser d'un color diferent.

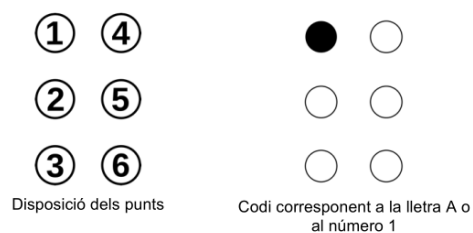
22. El codi binari és un sistema de codificació el qual utilitza només 0 i 1. Cada un d'aquests s'anomena bit i 8 bits fan un Byte:

El codi ASCII utilitza el codi binari per assignar un símbol, lletra o nombre a cada grup de 7 bits: a. Quants símbols, lletres o nombres diferents es poden representar amb el codi ASCII? b. I si s'ampliés a 1 Byte? c. Observa que $A = 1000001$; $B = 1000010$; ... Com creus que es representa la lletra E?

23. Estàs fent la maleta per marxar de vacances. A l'armari hi tens 20 samarretes, però només te'n vols endur 5. Quants grups de 5 samarretes diferents pots fer?

24. El Braille és un sistema de lectura i escriptura tàtil pensat per a persones cegues. Va ser inventat pel francès Louis Braille (cec des dels tres anys) l'any 1824, quan només tenia 15 anys.

El sistema Braille està format per una combinació de fins a sis punts disposats en un caixetí de tres files i dues columnes. Cada punt té dos estats: amb relleu o sense relleu.



Quantes lletres, símbols i/o nombres es poden representar amb Braille?

25. Han sortit 10 cotxes d'una cadena de muntatge. Se'n trien 4 per a un test de qualitat. Quantes mostres diferents de 4 vehicles es poden triar?

26. Simplifica i calcula

(a) $\frac{10!}{8!} =$

(b) $\frac{11!}{8!} =$

(c) $\frac{4!}{5!} =$

(d) $\frac{6!}{3! \cdot 3!} =$

(e) $\frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} =$

(f) $\frac{20!}{17!} : 19 =$

27. Quantes paraules de 5 lletres es poden formar amb la paraula problema?

(a) Si no és possible repetir-ne cap?

(b) Si és possible repetir lletres.

28. Disposem d'aquestes xifres:

2,4,5,6,8,9

(a) Quants nombres de quatre xifres, sense repetir-ne cap, podem fer?

(b) Quants són més grans de 6.000?

(c) Quants són parells?

(d) Quants acaben en 89?

29. Set amics s'apunten a una cursa de relleus. L'organització demana que s'inscriguin cinc corredors i dues persones de suport.
- (a) De quantes maneres diferents podran formar l'equip de corredors?
 - (b) De quantes maneres podran formar la parella de suport?
 - (c) Quina propietat dels nombres combinatoris relaciona un resultat i l'altre?
30. L'entrenador d'un equip de bàsquet de 8 jugadors ha de treure 5 jugadors a la pista i deixar-ne 3 a la banqueta.
- (a) Expressa amb un nombre combinatori el nombre d'alineacions possibles de sortida. Quantes són?

- (b) Expressa amb un nombre combinatori el nombre de combinacions de suplents possible. Quantes són? Obten el mateix resultat que a l'apartat a)? Per què?

- (c) Expressa en forma de nombre combinatori el nombre de formacions de 5 jugadors en què hi juga el capità. Quantes són?

- (d) Expressa en forma de nombre combinatori el nombre de formacions de 5 jugadors en què no hi juga el capità. Quantes són?

(e) Si sumes els resultats dels apartats c) i d), obtens el de l'apartat a)? Per què?

31. Quants gelats de tres boles podem formar si només es diferencien a nivell de sabors?

(a) 1 gelat sense galeta.

(b) 1 gelat amb galeta.

(c) Només amb la galeta.

32. Els components d'un equip es poden ordenar de 40 320 maneres diferents. Si marxa un membre de l'equip, de quantes maneres es podran ordenar els que queden?

33. Es vol que un pany electrònic, que funcionarà amb una clau formada per xifres entre 0 i 9, pugui tenir 1.000.000 de claus diferents. Quantes xifres ha de tenir la clau d'aquest pany?

34. En una competició, la Carme calcula que els corredors poden quedar classificats de 5.040 maneres diferents. Quants atletes hi participen?
35. Escriu tots els nombres combinatoris que tenen cadascun d'aquests resultats:
- (a) 6
 - (b) 2
 - (c) 20
36. Calcula el valor n en aquesta igualtat: $P_n^2 \cdot P_{n-2}^3 = 272$.

37. Tenim una renglera de sis cadires.

(a) De quantes maneres diferents s'hi podran asseure 6 persones?

(b) I 3 persones?

38. En un autobús de 22 places, buit, hi pugen 12 persones. De quantes maneres diferents podran seure?

39. De quantes maneres diferents es poden col·locar tres peons negres en un taulell d'escacs (8x8 caselles) si en cada casella només en pots posar un?
40. Amb les 5 vocals i 6 consonants, quantes paraules diferents es poden formar que continuïn 2 vocals i 3 consonants sense repetir cap lletra?
41. Amb 10 sobres i 10 cartes, tots diferents, quantes formes hi ha de repartir una carta en cada sobre?

42. Quants plans diferents determinen 10 punts, si no hi ha mai 4 que siguin coplanaris?
43. Si hi ha 6 carreteres entre dues ciutats, de quantes maneres diferents pot un conductor anar d'una a l'altra i tornar si:
- (a) ha de tornar per una carretera diferent a la d'anada?
 - (b) ha de tornar per la mateixa carretera?
 - (c) és indiferent per on torni?

44. Sigui el conjunt $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

(a) En quantes ordenacions dels elements de A apareixen el 1 i el 2 seguits?

(b) En quantes ordenacions apareixen el 1 i el 2 en ordre?