

Dossier d'exercicis

Tema 2: probabilitat

4^{rt} ESO

Curs 2025-2026

Nom i Cognoms: _____

1 Espai mostral

1. Descriu l'espai mostral associat a cadascun dels següents experiments:

(a) Tirar tres monedes.

(b) Tirar tres daus i anotar la suma dels punts obtinguts.

(c) Extracció de dues boles d'una urna (sense importar l'ordre), d'una urna que conté quatre boles blanques, una negra i dos de verdes.

(d) Triar dues persones a l'atzar de la família de la Carla, el Pere, el Jordi, l'Anna i l'Elba.

2. Tinc una bossa amb 5 boles blanques i 5 boles negres i faig l'experiment aleatori d'extreure una bola de la bossa i mirar de quin color és, contesta:

(a) Quin és l'espai mostral?

(b) Quin és l'esdeveniment segur?

(c) Digues dos esdeveniments impossibles.

(d) Digues els quins són els esdeveniments elementals.

3. Tenim una bossa amb deu boles numerades de l'1 al 10, realitzem l'experiment aleatori d'extreure una bola i mirar quin nombre té i considerem aquests esdeveniments:

- A = nombre imparell
- B = divisor de 6
- C = nombre negatiu
- D = nombre de l'1 al 10
- F = nombre 3
- G = nombre parell

(a) Quins d'aquests esdeveniments són segurs?

(b) Quins d'aquests esdeveniments són impossibles?

(c) Quins d'aquests esdeveniments són compostos (formats per més d'un esdeveniment elemental)?

(d) Quin és l'esdeveniment contrari de l'esdeveniment G ?

4. Quatre empreses, A, B, C i D, es presenten a un concurs de disseny de contenidors de reciclatge. Si només en poden aconseguir l'adjudicació tres d'elles, calcula l'espai mostral d'aquest experiment.

2 Conjunts, lògica i propietats de la probabilitat

5. Considera les compres següents:

- Compra $A = \{\text{maduixa, carn de vedella, iogurt}\}$
- Compra $B = \{\text{plàtan, llet, maduixa}\}$
- $C = \{\text{paper de cuina, iogurt, llet}\}$
- $D = \{\text{maduixa, iogurt, llet}\}$

(a) Determina els següents conjunts: $A \cup B$, $B \cap C$, $A \cup D$ i $A \cap B$.

(b) Trobeu els següents conjunts i feu un diagrama de Venn per representar-ho:

$$(A \cap B) \cap C \quad \text{i} \quad A \cap (C \cap D)$$

(c) Compara els conjunts següents:

$$(A \cap D) \cap C \quad \text{i} \quad A \cap (C \cap D)$$

Són el mateix conjunt?

(d) Determina el conjunt

$$(A \cup B) \cap (C \cup D)$$

6. En una baralla de cartes espanyoles, considerem els següents conjunts:

- | | |
|--------------------------------------|---------------------------------|
| • $A = \{\text{figures de copes}\}$ | • $D = \{\text{un as}\}$ |
| • $b = \{\text{bastos}\}$ | • $E = \{\text{copes o oros}\}$ |
| • $C = \{\text{un 1, un 2 o un 3}\}$ | • $F = \{\text{una figura}\}$ |

Determina les cartes que formen els següents conjunts:

(a) $B \cap D$

(b) $\overline{C}$

(c) $\overline{C} \cap D$

(d) $A \cup B$

(e) $B \cap E$

(f) $E \cap F$

(g) $\overline{B \cup E}$

(h) $B \cup E$

(i) $\overline{D} \cap C$

(j) $B \cup F$

7. En un cert institut d'Igualada es fa una enquesta als 83 alumnes de 4rt d'ESO que hi ha en aquest centre. Els resultats són els següents:

- 60 tenen subscripció a Amazon Prime a casa
- 34 tenen subscripció a Netflix a casa
- 20 no tenen subscripció a cap de les dues

Definim els següents conjunts:

- $A = \{ \text{Tenir subscripció a Amazon Prime} \}$
- $N = \{ \text{Tenir subscripció a Netflix} \}$

S'escull a l'atzar un alumne de 4rt d'ESO de tots els centre d'Igualada. Responen:

- (a) Feu una estimació de $P(A \cap N)$.
- (b) Feu una estimació de $P(A \cup N)$.
- (c) Sabent que a tot Igualada hi ha 600 alumnes de 4rt d'ESO, quants d'ells, aproximadament, tindran subscripció a Netflix?
- (d) Expliqueu com faríeu l'enquesta per tal de millorar la fiabilitat dels resultats.
8. El 80% d'una classe ha aprovat el primer parcial, el 75% el segon parcial i el 65% tots dos parcials.
- (a) Quin percentatge d'alumnes ha aprovat algun dels dos parcials?

(b) Quin percentatge d'alumnes no n'ha aprovat cap?

9. En Jaume treballa en un servei d'atenció al client. Un matí ha rebut 60 trucades. D'aquestes, 20 provenen de clients més joves de 30 anys, dels quals 15 són homes, i 20 corresponen a dones de 30 anys o més. Considereu els següents conjunts:

- $A =$ “trucades de dones”
- $B =$ “trucades de menors de 30 anys”

Amb les dades que teniu, calculeu aproximadament la probabilitat que la següent trucada sigui:

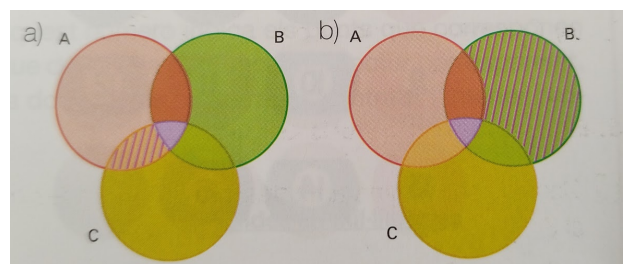
(a) D'un home

(b) D'algú de 30 anys o més

(c) d'un home de 30 anys o més

(d) D'una dona de menys de 30 anys

10. Descriu les zones ratllades d'aquests diagrames en termes dels conjunts A , B i C , utilitzant les operacions d'unió, intersecció i conjunt complementari:



11. S'ha estimat que la probabilitat de pluja per demà és del 70%, i la de neu del 40%. Així mateix, la probabilitat que plogui i nevi és del 20%. Calcula aquestes probabilitats.
- (a) Que no nevi ni plogui.

(b) Que nevi o plogui.

(c) Que o bé nevi o bé plogui (però no les dues coses).

(d) Que nevi però no plogui.

12. Tenim una urna amb boles de quatre colors: blau (B), groc (G), vermell (R) i taronja (T). Fem l'experiment de treure una bola i mirar-ne el color. La probabilitat de cada resultat és:

- $P(B) = 0.15$
- $P(G) = 0.27$
- $P(R) = .34$
- $P(T) = 0.24$

Calcula les següents probabilitats:

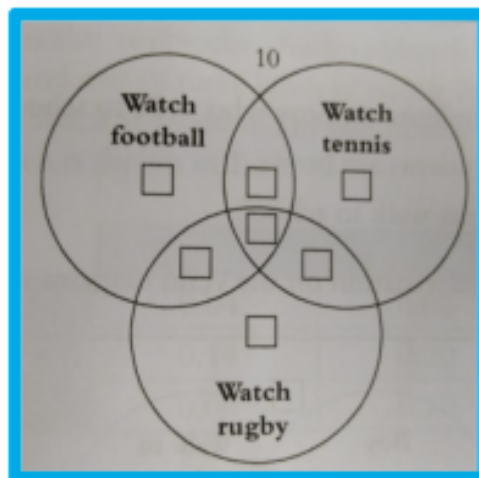
(a) $P(\text{sortir groc o vermella}) =$

(b) $P(\text{no sortir taronja ni vermella})$

(c) $P(\text{ sortir qualsevol color menys groc})$

13. Una assegurança de cotxes té la següent estadística. Dels accidents reportats, en el 60% dels casos hi ha responsabilitat dels seus clients, i en el 55% hi ha responsabilitat dels clients d'altres companyies. Quin és el percentatge de casos en què la responsabilitat és compartida?

14. En un institut els alumnes es poden apuntar a tres esports d'equip: futbol, bàsquet i bàdminton. Hi ha un total de 427 alumnes apuntats a almenys un dels esports. Hi ha 128 apuntats a futbol, 291 a bàsquet i 318 a bàdminton. Exactament 36 alumnes estan apuntats a tots tres esports. Quants alumnes s'han apuntat exactament a dos esports?
15. Es pregunta a 40 estudiants si miren habitualment futbol, tenis o rugby a la televisió.
- 10 diuen que no miren esport a la TV.
 - 5 miren els tres esports.
 - 15 miren futbol o tenis, però no rugby.
 - 6 miren futbol i rugby.
 - 24 miren futbol.
 - 7 miren tenis i rugby.
 - 4 miren només tenis.
- (a) Completeu el diagrama de Venn:



(b) Si triem un estudiant a l'atzar, quina probabilitat hi ha que:

- miri només rugby?

- miri tenis a la TV?

- miri rugby o tenis

16. Entrevistem a 100 alumnes de 4rt d'ESO d'un institut, i els fem dues preguntes:

1. Has aprovat anglès aquest trimestre?
 2. Has aprovat mates aquest trimestre?
- (a) Escriu l'espai mostral d'aquest experiment. Quants possibles resultats tenim?

Sabem que 60 dels estudiants han aprovat mates, i 75 han aprovat anglès. També sabem que 45 alumnes han aprovat les dues matèries.

(b) Quants alumnes han aprovat mates però han suspès anglès?

(c) Quants alumnes han aprovat anglès però han suspès mates?

(d) Quants alumnes han aprovat anglès o mates?

(e) Quants alumnes suspenen les dues matèries?

17. L'Anna ha tingut entrevistes de treball en una empresa italiana i en una de francesa. Estima que la probabilitat que li ofereixin treball en la italiana és del 70%; en la francesa, del 50%, i en ambdues, del 30%.
- (a) Determina la probabilitat que no li ofereixi treball l'empresa italiana.
 - (b) Quina és la probabilitat que com a mínim una de les dues li ofereixi treball?
 - (c) Quina probabilitat té que li ofereixi treball l'empresa francesa, però no la italiana?
 - (d) Calcula la probabilitat que cap de les dues empreses li ofereixi treball.

18. En un grup d'estudiants, el 60% juga a bàsquet, el 40% practica pàdel, i el 20% realitza les dues activitats, Si s'escull un estudiant a l'atzar, determina al probabilitat que:

(a) Practiqui com a mínim un dels dos esports.

(b) Jugui només a pàdel.

(c) No practiqui cap d'aquests dos esports.

3 Llei de Laplace i dels grans nombres

19. A la classe de la Jordina, cal nomenar a l'atzar una comissió de festes de 4 persones per preparar una festa. Si la classe té 30 alumnes, quina és la probabilitat que a la Jordina li toqui formar part de la comissió?

20. A la coral hi ha quatre vegades més noies que nois. SI triem un membre del cor a l'atzar, quina probabilitat hi ha que sigui una noia?

21. Llancem dos daus cúbics alhora i fem la diferència entre el número més gran i el més petit. En total podem obtenir sis resultats: 0, 1, 2, 3, 4 i 5. Hem repetit l'experiment 500 cops:

Esdev.	A	B	C	D	E	F
f_i	53	31	115	83	137	81

Hem oblidat d'apuntar a quina diferència correspon cada casella.

- (a) Calcula amb la regla de Laplace les probabilitats teòriques de cadascuna de les diferències.
 - (b) Compara la probabilitat teòrica amb els resultats de l'experiment. Determina a quina diferència de daus correspon cada casella de la taula.
22. Triem una carta d'una baralla espanyola. Calcula les probabilitats d'aquests esdeveniments:
- (a) Treure bastos

- (b) Treure bastos però no figura

(c) no treure bastos ni figura

4 Probabilitat condicionada i esdeveniments compostos

23. En una urna hi ha 10 boles numerades de l'1 al 10, i se n'extreuen tres (sense reposició). Sense necessitat de fer cap diagrama d'arbre, troba la probabilitat de:

(a) “treure tres boles seguides amb un nombre parell”

(b) “treure tres boles seguides amb un nombre primer” (ajut: 1 no és un nombre primer!)

(c) “treure tres boles seguides amb un nombre primer o parell”

24. En la classe de matemàtiques aplicades hi ha 2 noies i 19 nois. Si triem dos alumnes a l'atzar...

(a) Quina és la probabilitat que triem un noi i una noia?

(b) Quina és la probabilitat que triem les dues noies?

(c) Quina és la probabilitat que triem dos nois?

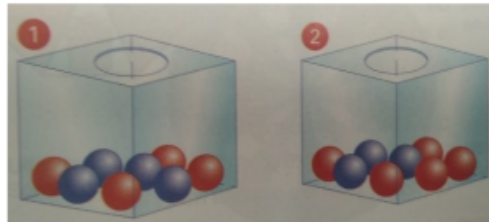
25. Es disposa d'una bossa amb 34 boles blaves i 20 boles vermelles, de la qual se'n treuen 3, successivament i sense reposició.

(a) Calculeu la probabilitat que les tres boles siguin blaves.

(b) Calculeu la probabilitat de treure exactament dues boles vermelles.

(c) Calculeu la probabilitat de no treure cap bola vermella.

26. Considereu el següent experiment: traiem a l'atzar una bola d'una urna que conté 4 boles blaves i 4 vermelles i s'introdueix en una segona urna que conté 3 boles blaves i 5 de vermelles, com a la foto



Tot seguit es treu una bola de la segona urna. Calculeu les probabilitats que:

- (a) la bola extreta de la segona urna sigui blava

- (b) la bola extreta de la segona urna sigui vermella

27. En una fira ha arribat una parada nova que s'anuncia amb els següents cartells:



- (a) (1 punt) Decidiu provar sort i fer una partida. A quin dels dos jocs jugaríeu si el vostre objectiu és minimitzar el risc de perdre els diners?
- (b) Pagueu 10€ i feu 10 partides al joc de les boles. Quantes partides esperaríeu guanyar? Si es complís la predicció, quins serien els vostres guanys o pèrdues després de les 10 partides?

- (c) Ara torneu a pagar 10€ i feu 10 partides al joc dels daus. Quants diners esperaríeu guanyar o perdre?
28. Considera l'experiment següent: tirem un dau equilibrat i, a continuació, tirem tantes monedes (equilibrades també) com indiqui el resultat del dau.
- (a) Calcula la probabilitat que obtinguem exactament 3 cares
- (b) Calcula la probabilitat que obtinguem exactament 3 cares sabent que el resultat del dau ha estat un nombre parell.

- (c) Calcula la probabilitat que obtinguem exactament 3 cares sabent que la primera moneda ha donat creu.
29. En Salvador està buscant en el seu estoig un retolador de color verd i un de vermell. A l'estoig hi ha 8 retoladors de colors diferents. En Salvador treu successivament dos retoladors a l'atzar. Calcula la probabilitat dels esdeveniments següents:
- (a) Treure el retolador vermell a la primera extracció
- (b) Treure el retolador verd a la segona extracció

(c) Treure el retolador verd en alguna de les extraccions.

(d) Treure el retolador vermell i verd.

(e) No treure cap del retoladors que busca

(f) Treure almenys un dels retoladors que busca.

30. En una festa amb 50 participants se sortegen tres premis. Cada persona participa en el sorteig amb tres nombres. Calcula les probabilitats següents:

(a) Guanyar tots tres premis

(b) Guanyar dos premis

(c) No guanyar-ne cap

(d) Guanyar un o més d'un premi

31. Tenim una bossa amb 8 caramels de maduixa i 6 de taronja. En traiem dos successivament sense retornar-los. Quina és la probabilitat de treure com a mínim un caramel de maduixa?

32. D'una baralla de cartes espanyoles, traiem dues cartes successivament. Quina és la probabilitat de treure com a mínim una figura en cadascun dels següents casos?

(a) Reposem la carta després de la primera extracció

(b) No reposem la carta després de la primera extracció

33. Un professor de matemàtiques té calculat que la probabilitat d'aprovar un examen seu és del 0.95 si un alumne estudia. En una avaluació ha posat 4 exàmens. Calcula la probabilitat que un alumne que ha estudiat:

(a) Suspenguí un o més exàmens.

(b) Aprovi dos exàmens.

(c) No n'aprovi cap.

34. En un poble hi ha dues escoles de música, que anomenarem E_1 i E_2 . En totes dues escoles s'hi pot estudiar piano (que anomenarem P) i violoncel (que anomenarem V), i ningú estudia més d'un instrument. El 30% dels alumnes que estudien algun d'aquests instruments ho fa a l'escola E_1 , mentre que la resta ho fa a l'escola E_2 , menys popular. D'altra banda, el 55% dels alumnes que van a l'escola E_1 i el 59% dels que van a l'escola E_2 estudien piano.

(a) Calculeu la probabilitat que un alumne estudiï piano a l'escola E_1 , que estudiï piano a l'escola E_2 , que estudiï violoncel a l'escola E_1 i que estudiï violoncel a l'escola E_2 .

(b) Si en aquest poble hi ha exactament 1000 estudiants d'algun d'aquests dos instruments, quants alumnes estudien cada instrument a cadascuna de les escoles?

35. La bossa opaca A conté 1 bola blava i 2 boles verdes. La bossa opaca B conté 4 blaves i 1 verda. Traiem una bola a l'atzar de la bossa A , i anotem el resultat. Després fem el mateix amb la B

(a) Dibuixa el diagrama d'arbre de l'experiment, i escriu la probabilitat de cada branca.

(b) Quin és l'espai mostral d'aquest experiment?

(c) Quina és la probabilitat d'obtenir dues boles blaves?

