

Dossier d'exercicis
Tema 4: trigonometria
4^{rt} ESO
Curs 2025-2026

Nom i Cognoms: _____

Índex

1	Tales	4
	<i>Exercici:</i> 1 Repàs de Tales	4
	<i>Exercici:</i> 2 Repàs de Pitàgores	5
2	Radians	6
	<i>Exercici:</i> 3 De radians a graus	6
	<i>Exercici:</i> 4 De graus a radians	6
	<i>Exercici:</i> 5 Curiositat	7
	<i>Exercici:</i> 6 Càlcul de l'arc	7
	<i>Exercici:</i> 7 Angle d'obertura	8
	<i>Exercici:</i> 8 Engranatges	8
	<i>Exercici:</i> 9 Àrea sector	9
	<i>Exercici:</i> 10 Longitud d'una corretja envoltant 3 discs	9
3	Càlcul de raons trigonomètriques	10
	<i>Exercici:</i> 11 Identificació i càlcul	10
	<i>Exercici:</i> 12 Càlcul de raons trigonomètriques	11
	<i>Exercici:</i> 13 Angles notables	12
4	Càlcul de costats	13
	<i>Exercici:</i> 14 Trobant costats desconeguts	13
	<i>Exercici:</i> 15 Trobant altures de triangles	15
5	Càlcul de l'angle	18
	<i>Exercici:</i> 16 Càlcul d'angles donats costats i altures	18

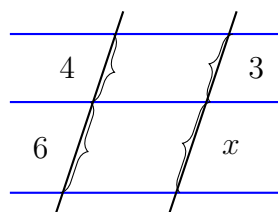
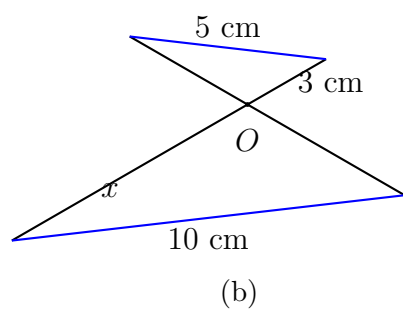
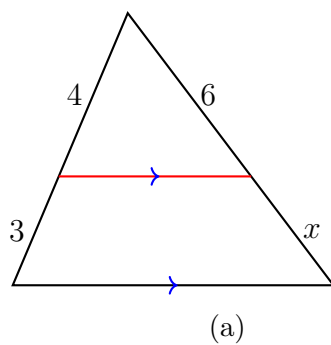
6	Relacions fonamentals	23
	<i>Exercici: 17</i>	23
	<i>Exercici: 18</i> Identitats trigonomètriques	23
	<i>Exercici: 19</i> Raons a partir del sinus	23
	<i>Exercici: 20</i> Raons a partir del cosinus	24
	<i>Exercici: 21</i> Raons a partir de la tangent	25
7	Problemes aplicats	26
	<i>Exercici: 22</i> Escala	26
	<i>Exercici: 23</i> Estel	26
	<i>Exercici: 24</i> Doble observació	26
	<i>Exercici: 25</i> Far	27
	<i>Exercici: 26</i> Penyassegat	27
	<i>Exercici: 27</i> Pont	28
	<i>Exercici: 28</i> Globus	28
	<i>Exercici: 29</i> Nau industrial	29
	<i>Exercici: 30</i> Aurora boreal	30
	<i>Exercici: 31</i> Fil politja 1	30
	<i>Exercici: 32</i> Fil politja 2	31
	<i>Exercici: 33</i> Àrea entre cercles	32
	<i>Exercici: 34</i> Àrea envoltada per una corretja envoltant tres discs	32
	<i>Exercici: 35</i> Càlcul d'àrees de triangles dins cercles	33
	<i>Exercici: 36</i> Radi de la Terra	34
	<i>Exercici: 37</i> Radi de la Lluna	34
	Solució: Exercici 3	35
	Solució: Exercici 4	35
	Solució: Exercici 5	35
	Solució: Exercici 6	35
	Solució: Exercici 7	35
	Solució: Exercici 8	35
	Solució: Exercici 9	35
	Solució: Exercici 10	35
	Solució: Exercici 2	35
	Solució: Exercici 11	36
	Solució: Exercici 12	36
	Solució: Exercici 13	37
	Solució: Exercici 14	37
	Solució: Exercici 15	37

Solució: Exercici 16	37
Solució: Exercici 17	38
Solució: Exercici 18	38
Solució: Exercici 19	38
Solució: Exercici 20	38
Solució: Exercici 21	38
Solució: Exercici 22	38
Solució: Exercici 23	38
Solució: Exercici 24	38
Solució: Exercici 25	38
Solució: Exercici 26	39
Solució: Exercici 27	39
Solució: Exercici 28	39
Solució: Exercici 29	39
Solució: Exercici 30	39
Solució: Exercici 31	39
Solució: Exercici 32	39
Solució: Exercici 33	39
Solució: Exercici 34	39
Solució: Exercici 35	39
Solució: Exercici 36	39
Solució: Exercici 37	39

1 Tales

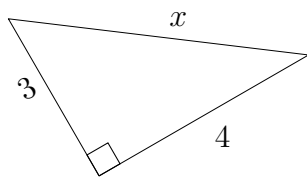
Exercici 1: Repàs de Tales

Trobeu el valor de segment x .

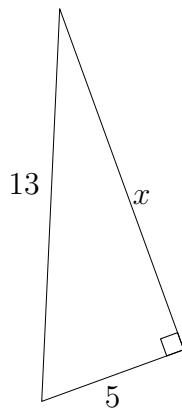


Exercici 2: Repàs de Pitàgores

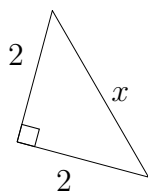
Calculeu el valor del costat desconegut (x) en els següents triangles rectangles. Noteu que els dibuixos no estan fets a escala.



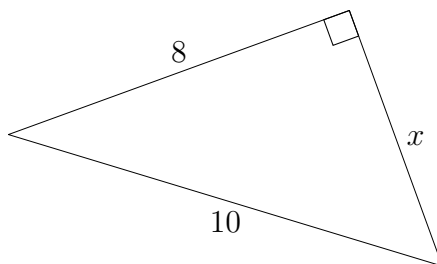
(a)



(b)



(c)



(d)

2 Radians

Exercici 3: De radians a graus

Passeu a graus els següents angles en radians:

a) 4 rad

b) $\frac{\pi}{5} \text{ rad}$

c) $\frac{11\pi}{9} \text{ rad}$

d) $\frac{29\pi}{30} \text{ rad}$

e) 35 rad

Exercici 4: De graus a radians

Passeu a radians els següents angles expressats en graus:

a) 4°

b) 15°

c) 130°

d) 45°

e) 90°

f) 275°

Exercici 5: Curiositat

Posa la teva calculadora en radians i calcula el cosinus de 0. Després calcula el cosinus del resultat i ves repetint el procés. En la majoria de calculadores al cap de 50-60 iteracions el nombre obtingut no canvia. Prova de fer ara el mateix però tenint la calculadora configurada en graus. Observes el mateix?

Exercici 6: Càlcul de l'arc

Calculeu la longitud de l'arc d'angle α i radi r :

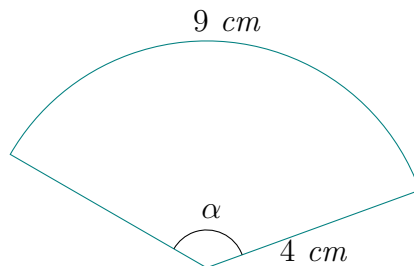
a) $\alpha = 0.8 \text{ rad}$ i $r = 12 \text{ cm}$

b) $\alpha = 171^\circ$ i $r = 8 \text{ m}$

c) $\alpha = \pi r = 11 \text{ m}$

Exercici 7: Angle d'obertura

Calculeu l'angle d'obertura del següent arc, que té radi 4 i longitud de l'arc 9

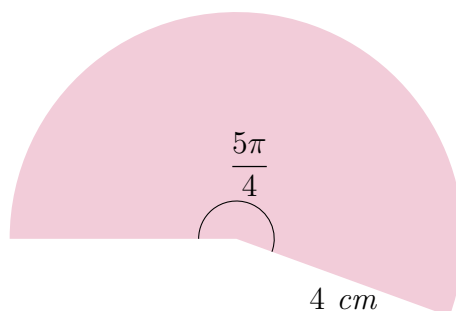


Exercici 8: Engranatges

Dos engranatges, de radis 6 cm i 9 cm, estan engranats. Si l'engrenatge gran triga 2 segons en fer una volta, quant trigarà el petit?

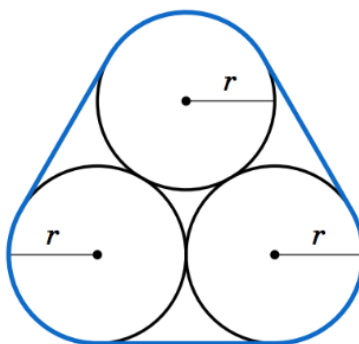
Exercici 9: Àrea sector

Calculeu l'àrea del següent sector circular:



Exercici 10: Longitud d'una corretja envoltant 3 discs

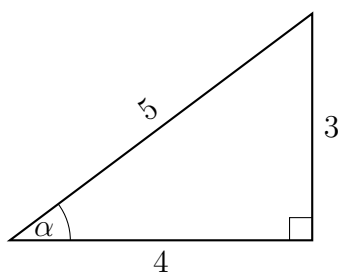
Calculeu la longitud de la corretja, en funció de r , al voltant dels tres cercles de radi r .



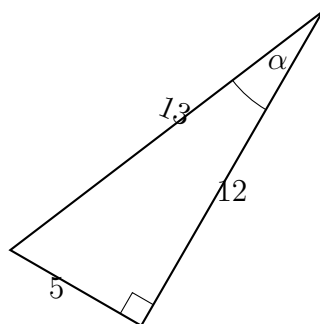
3 Càlcul de raons trigonomètriques

Exercici 11: Identificació i càlcul

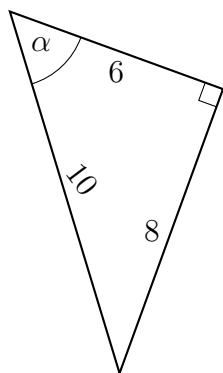
Per a cadascun dels següents triangles rectangles, calcula el **sinus**, el **cosinus** i la **tangent** de l'angle marcat (α).



(a)



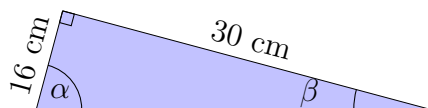
(b)



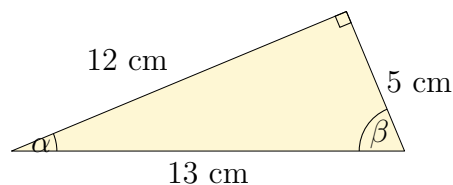
(c)

Exercici 12: Càlcul de raons trigonomètriques

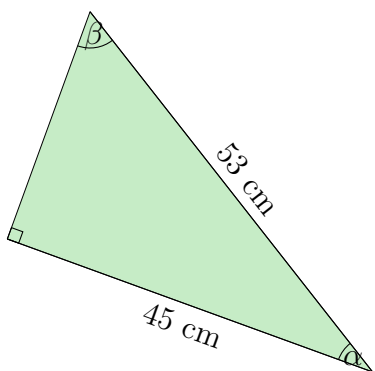
Calculeu les raons trigonomètriques dels angles α i β .



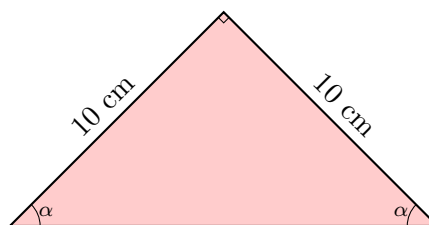
(a)



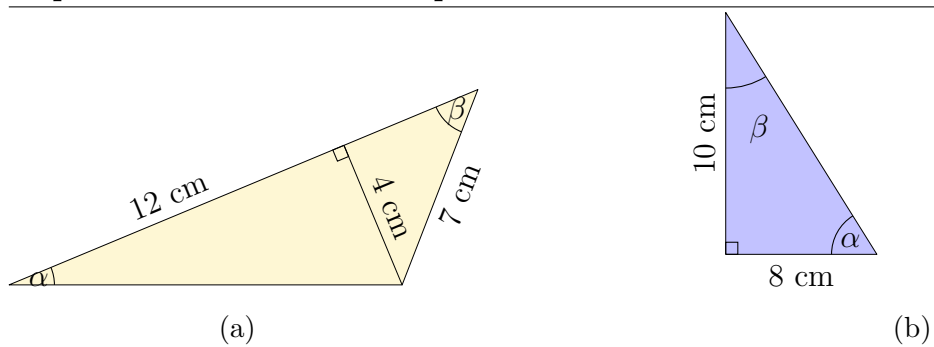
(b)



(c)

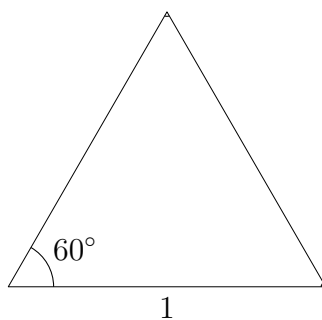


(d)



Exercici 13: Angles notables

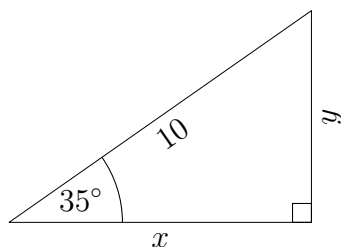
Fent servir el següent triangle equilàter, dedueix les raons trigonomètriques dels angles de 60° i 30° .



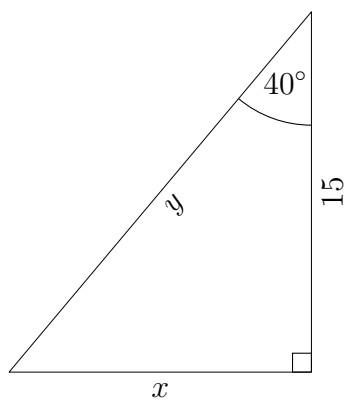
4 Càlcul de costats

Exercici 14: Trobant costats desconeguts

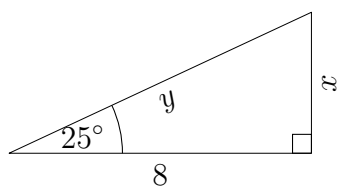
Calcula el costat marcats en els següents triangles rectangles (arrodoneix a dos decimals):



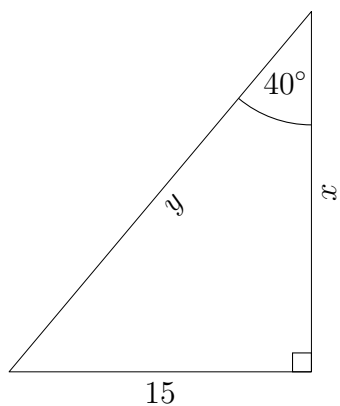
(a)



(b)



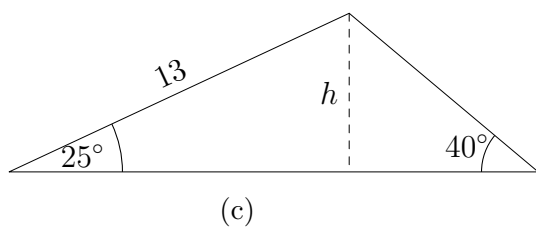
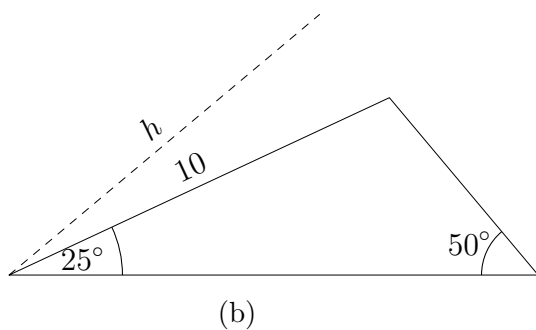
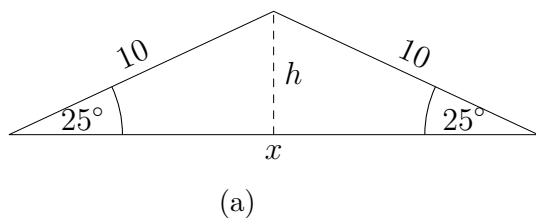
(c)

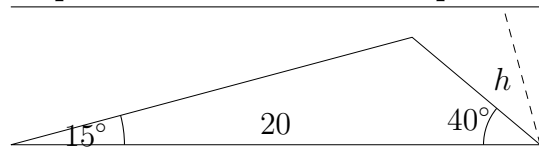


(d)

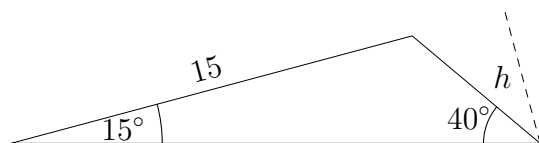
Exercici 15: Trobant altures de triangles

Calculeu les altures marcades als següents triangles. Recordeu que les altures van des d'un vèrtex perpendicularment al costat oposat. En cas que el triangle sigui obtús pot ser que calgui allargar el costat oposat.

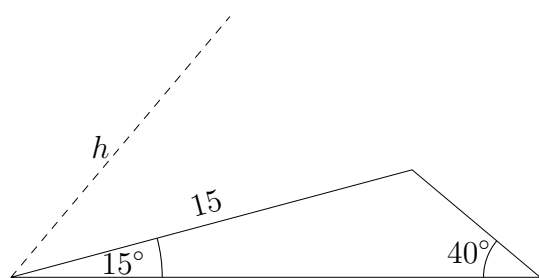




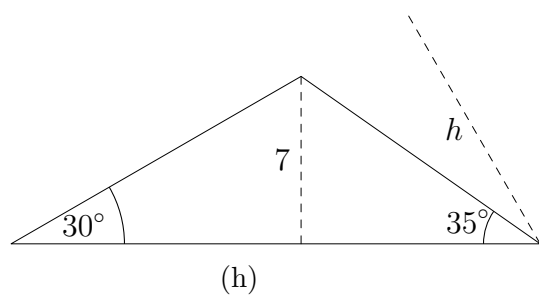
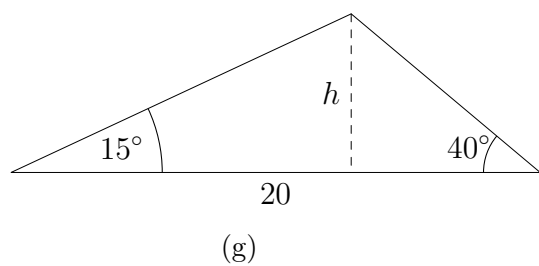
(d)



(e)



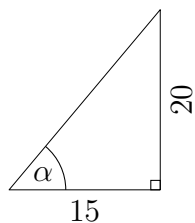
(f)



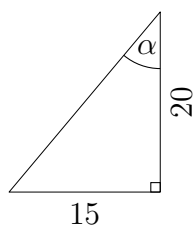
5 Càlcul de l'angle

Exercici 16: Càlcul d'angles donats costats i altures

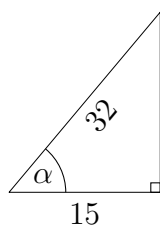
Dels següents triangles, calculeu els angles indicats fent servir les funcions arcsin, arccos o arctan



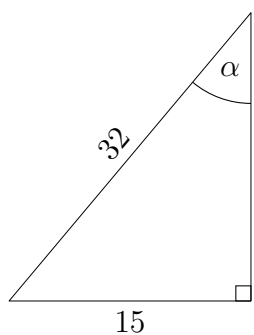
(a)



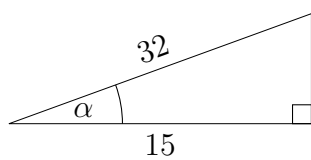
(b)



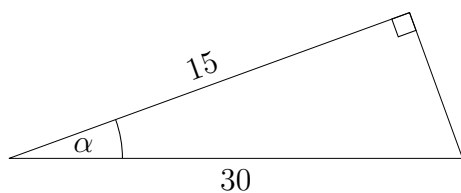
(c)



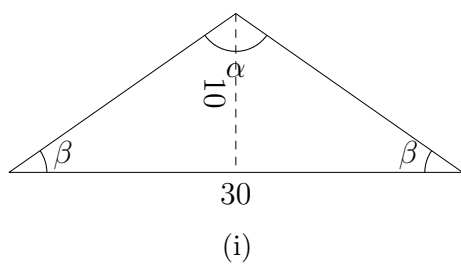
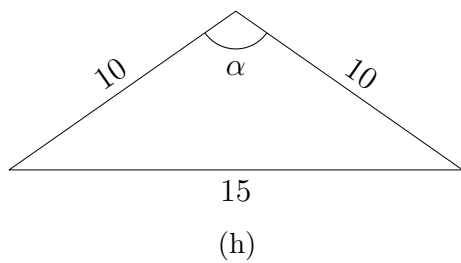
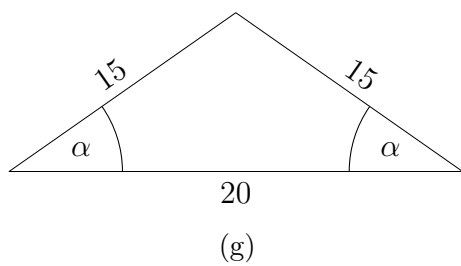
(d)

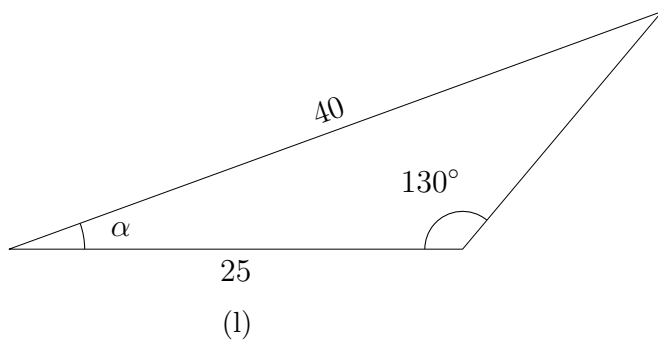
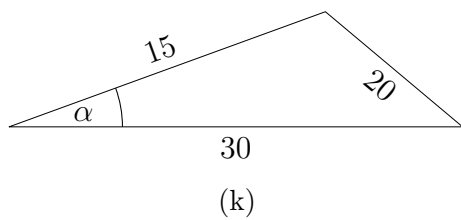
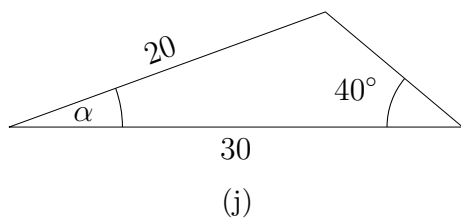


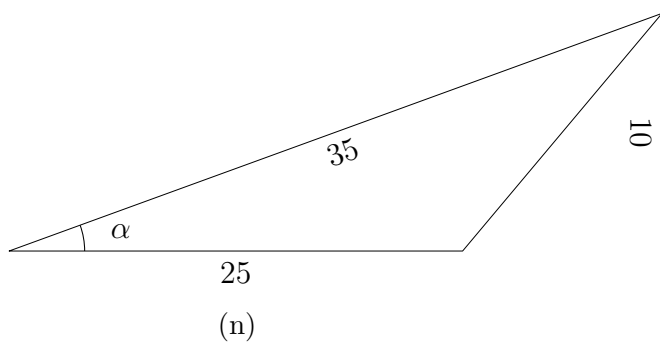
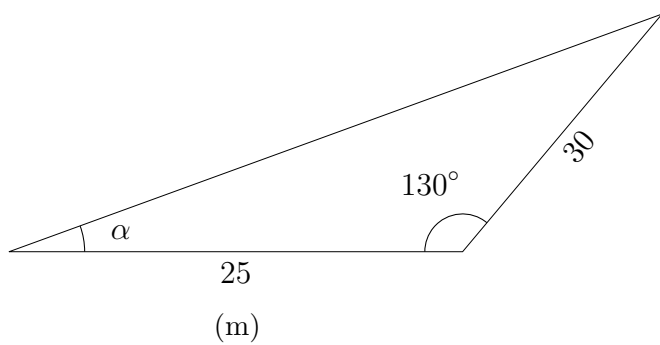
(e)



(f)







6 Relacions fonamentals

Exercici 17

A partir del Teorema de Pitàgores demostreu que

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Exercici 18: Identitats trigonomètriques

És possible que el sinus d'angle sigui 0.37 i el seu cosinus sigui 0.63?

Exercici 19: Raons a partir del sinus

Sense calcular l'angle, troba el valor del cosinus i la tangent:

a) Sabent que $\sin \alpha = 0.6$, calcula $\cos \alpha$ i $\tan \alpha$.

b) Sabent que $\sin \alpha = \frac{20}{29}$.

Exercici 20: Raons a partir del cosinus

Sense calcular l'angle troba el valor del seu sinus i la seva tangent:

a) Sabent que $\cos \alpha = \frac{5}{13}$.

b) Sabent que $\cos \alpha = \frac{3}{17}$.

Exercici 21: Raons a partir de la tangent

Sense calcular l'angle troba el valor del seu sinus i el seu cosinus:

a) Sabent que $\tan \alpha = 2$.

b) Sabent que $\tan \alpha = \frac{3}{4}$.

7 Problemes aplicats

Exercici 22: Escala

Una escala de mà de 5 metres de llargada està recolzada en una paret. Si el peu de l'escala està a 2 metres de la paret, quin angle forma l'escala amb el terra? A quina altura arriba?

Exercici 23: Estel

Un nen fa volar un estel. El fil està totalment tens i mesura 50 metres. Si el fil forma un angle de 60° amb el terra horitzontal, a quina altura es troba l'estel?

Exercici 24: Doble observació

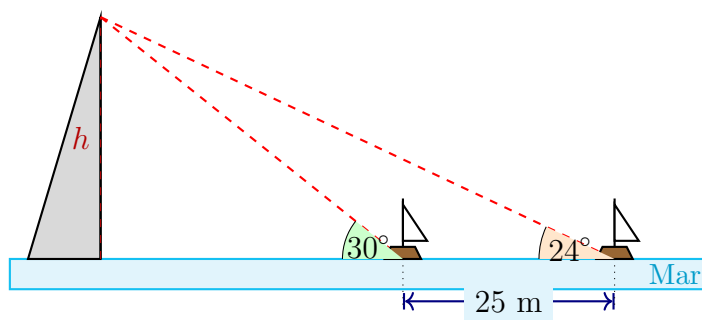
Des d'un punt a terra veiem el punt més alt d'una torre sota un angle de 30° . Si ens apropem 20 metres cap a la torre, l'angle passa a ser de 45° . Calcula l'altura de la torre.

Exercici 25: Far

Des de dalt d'un far que està a 60 metres sobre el nivell del mar, el vigilant veu un vaixell amb un angle de depressió de 20° . A quina distància del peu del far es troba el vaixell?

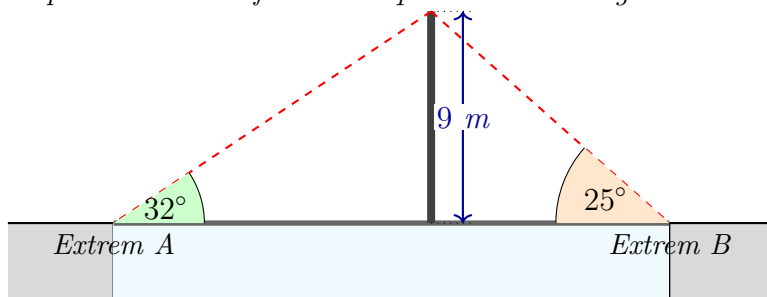
Exercici 26: Penyassegat

Per conèixer l'altura d'un penyassegat s'han mesurat els angles amb què es veu el punt més alt des d'una barca en dues posicions separades 25 m, tal com es pot veure en el dibuix. Quila altura té l'illot?



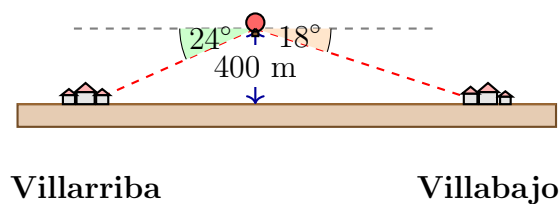
Exercici 27: Pont

A partir de la informació que dona el diagrama del pont, calcula'n la longitud.



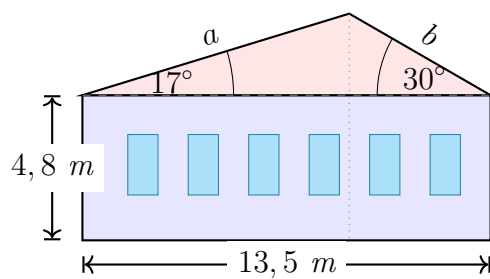
Exercici 28: Globus

Un globus aerostàtic es troba a 400 m d'altura, situat justament sobre una línia recta entres les poblacions "Villarriba" i "Villabajo". En l'esquema següent pots veure els angles que formen les visuals del globus a cada una d'aquestes poblacions. Calcula la distància que les separa.



Exercici 29: Nau industrial

Una nau industrial té una teulada com la que pots veure a la imatge.

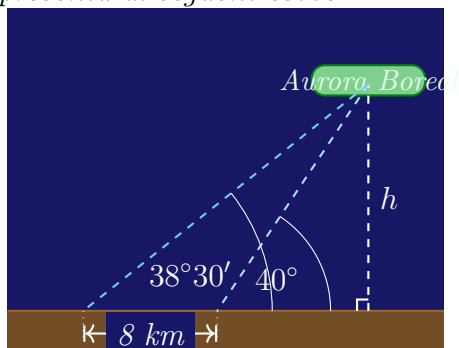


a) *A quina distància del terra es troba el punt més alt de la teulada?*

b) *Troba les longituds a i b de les dues vessants.*

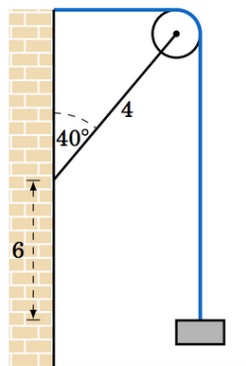
Exercici 30: Aurora boreal

Per determinar a quina altura es podria una aurora boreal es mesuraren els angles que formen amb l'horitzontal les visuals des de dos punts separats 8 km. La situació es presenta al següent esbós:



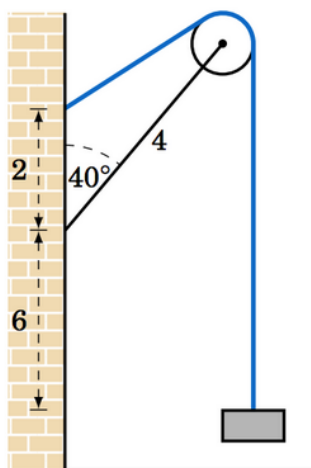
Exercici 31: Fil politja 1

Calculeu la longitud del fil de la politja de radi 0.5 de la figura



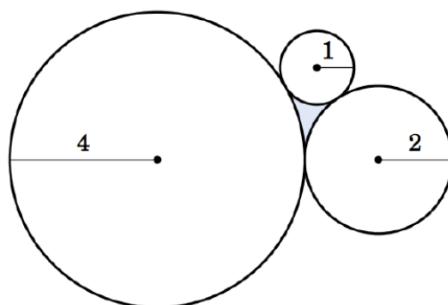
Exercici 32: Fil politja 2

Calculeu la longitud del fil de la politja de radi 0.5 de la figura



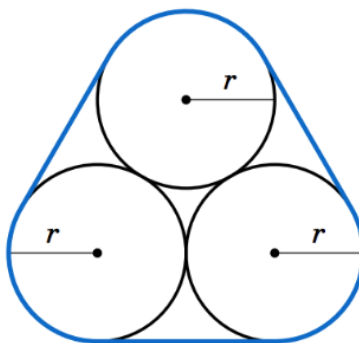
Exercici 33: Àrea entre cercles

Trobeu l'àrea de la regió ombrejada a la següent figura



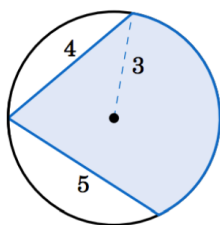
Exercici 34: Àrea envoltada per una corretja envoltant tres discs

Calculeu l'àrea envoltada per la corretja que envolta els tres discs de radi r :

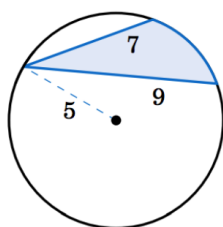


Exercici 35: Càlcul d'àrees de triangles dins cercles

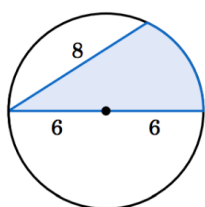
Calculeu les àrees de les zones ombrejades



(a)



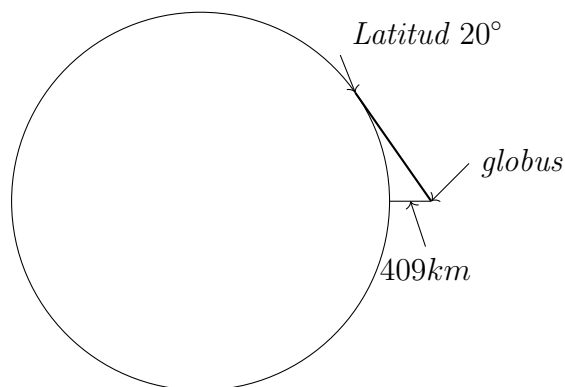
(b)



(c)

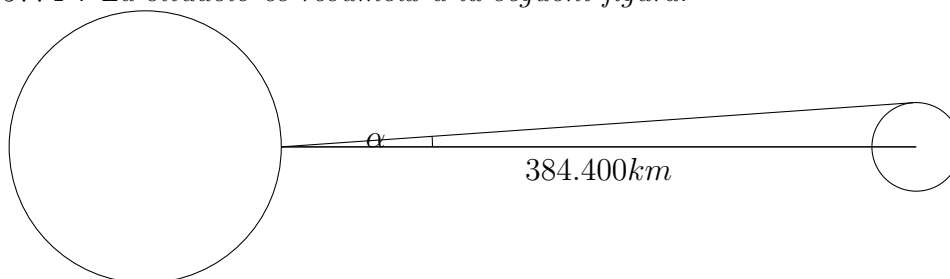
Exercici 36: Radi de la Terra

Des de l'equador de la Terra, es llença un globus aerostàtic. Al cap d'una estona, des d'una latitud de 20° es veu aparèixer el globus a l'horitzó. En aquest moment, el globus ha ascendit 409km. La situació es resumeix a la següent figura. Quin és el radi de la Terra?



Exercici 37: Radi de la Lluna

Una nit de Lluna plena es fa el següent experiment. Fent servir un aparell làser es mesura la distància entre el lloc on ens trobem fins la superfície de la Lluna apuntant al centre de la circumferència que es veu al cel. S'obté que és de 384400km. En apuntar cap al perímetre d'aquesta, l'angle que hem mogut l'aparell és de $\alpha = 0.25774^\circ$. La situació es resumeix a la següent figura:



Quin és el radi de la Lluna?

Solucions

Solució Exercici 3.

a) $\frac{720^\circ}{\pi} \approx 229,18^\circ$

d) 174°

b) 36°

c) 220°

e) $\frac{6300^\circ}{\pi} \approx 2005,35^\circ$

Solució Exercici 4.

a) $\frac{\pi}{45} \text{ rad}$

c) $\frac{13\pi}{18} \text{ rad}$

d) $\frac{\pi}{4} \text{ rad}$

f) $\frac{55\pi}{36} \text{ rad}$

b) $\frac{\pi}{12} \text{ rad}$

e) $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$

Solució Exercici 5.

En radians el valor convergeix a aproximadament 0,739085 (nombre de Dottie). En graus, el comportament és diferent: convergeix a un valor molt proper a 1 (depennent de la precisió, sovint 0,9998...).

Solució Exercici 6.

a) 9,6 cm

b) $\frac{38\pi}{5} \text{ m} \approx 23,88 \text{ m}$

c) $11\pi \text{ m} \approx 34,56 \text{ m}$

Solució Exercici 7.

$$\alpha = 2,25 \text{ rad}$$

Solució Exercici 8.

L'engranatge petit trigarà $4/3$ de segon (1,33 segons).

Solució Exercici 9.

$$10\pi \text{ cm}^2 \approx 31,42 \text{ cm}^2$$

Solució Exercici 10.

$$L = 2r(3 + \pi)$$

Solució Exercici 2.

Apliquem el Teorema de Pitàgores ($a^2 + b^2 = h^2$):

a) $x = 5$

b) $x = 12$

c) $x = 2\sqrt{2}$

d) $x = 6$

Solució Exercici 11.

a) $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \quad \cos \alpha = \frac{4}{5}, \quad \tan \alpha = \frac{3}{4}$

b) $\sin \alpha = \frac{5}{13}, \quad \cos \alpha = \frac{12}{13}, \quad \tan \alpha = \frac{5}{12}$

c) $\sin \alpha = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}, \quad \cos \alpha = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}, \quad \tan \alpha = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

Solució Exercici 12.

a) La hipotenusa és $\sqrt{16^2 + 30^2} = 34$.

$$\sin \alpha = \frac{15}{17}, \quad \cos \alpha = \frac{8}{17}, \quad \tan \alpha = \frac{15}{8}$$

$$\sin \beta = \frac{8}{17}, \quad \cos \beta = \frac{15}{17}, \quad \tan \beta = \frac{8}{15}$$

b) $\sin \alpha = \frac{5}{13}, \quad \cos \alpha = \frac{12}{13}, \quad \tan \alpha = \frac{5}{12}$

$$\sin \beta = \frac{12}{13}, \quad \cos \beta = \frac{5}{13}, \quad \tan \beta = \frac{12}{5}$$

c) El catet desconegut val $\sqrt{53^2 - 45^2} = 28$.

$$\sin \alpha = \frac{28}{53}, \quad \cos \alpha = \frac{45}{53}, \quad \tan \alpha = \frac{28}{45}$$

$$\sin \beta = \frac{45}{53}, \quad \cos \beta = \frac{28}{53}, \quad \tan \beta = \frac{45}{28}$$

d) L'angle α és de 45° .

$$\sin \alpha = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \tan \alpha = 1$$

e) Per a α (triangle rectangle esquerre amb catets 12 i 4):

$$\tan \alpha = \frac{1}{3}. \text{ La hipotenusa és } 4\sqrt{10}.$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}, \quad \cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}.$$

Per a β (triangle rectangle dret amb hipotenusa 7 i catet 4):

El catet contigu és $\sqrt{33}$.

$$\sin \beta = \frac{4}{7}, \quad \cos \beta = \frac{\sqrt{33}}{7}, \quad \tan \beta = \frac{4}{\sqrt{33}}$$

f) La hipotenusa és $2\sqrt{41}$.

$$\sin \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}, \quad \cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}, \quad \tan \alpha = \frac{5}{4}$$

$$\sin \beta = \frac{4}{\sqrt{41}}, \quad \cos \beta = \frac{5}{\sqrt{41}}, \quad \tan \beta = \frac{4}{5}$$

Solució Exercici 13.

Dividim el triangle per l'altura. La base queda dividida en $1/2$ i $1/2$. L'altura, per Pitàgores, és $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

- Per a 30° : $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

- Per a 60° : $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

Solució Exercici 14.

a) $x \approx 8,19$; $y \approx 5,74$

c) $x \approx 3,73$; $y \approx 8,83$

b) $x \approx 12,59$; $y \approx 19,58$

d) $x \approx 17,88$; $y \approx 23,34$

Solució Exercici 15.

a) $h \approx 4,23$; $x \approx 18,13$

c) $h \approx 5,49$

e) $h \approx 4,95$

g) $h \approx 4,06$

b) $h \approx 9,66$

d) $h \approx 5,18$

f) $h \approx 12,29$

h) $h \approx 11,06$

Solució Exercici 16.

a) $\alpha \approx 53,13^\circ$

e) $\alpha \approx 62,05^\circ$

i) $\alpha \approx 112,62^\circ$;
 $\beta \approx 33,69^\circ$

l) $\alpha \approx 21,40^\circ$

b) $\alpha \approx 36,87^\circ$

f) $\alpha = 60^\circ$

j) $\alpha \approx 65,38^\circ$.

m) $\alpha \approx 27,43^\circ$

c) $\alpha \approx 62,05^\circ$

g) $\alpha \approx 48,19^\circ$

d) $\alpha \approx 27,95^\circ$

h) $\alpha \approx 97,18^\circ$

k) $\alpha \approx 36,34^\circ$

n) $\alpha \approx 16,60^\circ$

Solució Exercici 17.

Cal aplicar el teorema de Pitàgores sobre un triangle rectangle d'hipotenusa 1, on els catets coincideixen amb el sinus i el cosinus de l'angle.

Solució Exercici 18.

No és possible, ja que $0,37^2 + 0,63^2 = 0,1369 + 0,3969 = 0,5338 \neq 1$. No compleixen la relació fonamental.

Solució Exercici 19.

a) $\cos \alpha = 0,8$; $\tan \alpha = 0,75$.

b) $\cos \alpha = \frac{21}{29}$; $\tan \alpha = \frac{20}{21}$.

Solució Exercici 20.

a) $\sin \alpha = \frac{12}{13}$; $\tan \alpha = \frac{12}{5}$.

b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{280}}{17} = \frac{2\sqrt{70}}{17}$; $\tan \alpha = \frac{\sqrt{280}}{3} = \frac{2\sqrt{70}}{3}$.

Solució Exercici 21.

a) $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$; $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

b) $\sin \alpha = \frac{3}{5}$; $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

Solució Exercici 22.

$\alpha \approx 66,42^\circ$; $\text{Altura} \approx 4,58 \text{ m}$.

Solució Exercici 23.

L'altura és $25\sqrt{3} \approx 43,30 \text{ m}$.

Solució Exercici 24.

L'altura és $10(1 + \sqrt{3}) \approx 27,32 \text{ m}$.

Solució Exercici 25.

Distància $\approx 164,85 \text{ m}$.

Solució Exercici 26.

Fent servir la distància de 25 m que apareix al dibuix: $h \approx 48,6$ m.

Solució Exercici 27.

La longitud total és $\approx 33,70$ m (tram esquerre 14,40 m + tram dret 19,30 m).

Solució Exercici 28.

Distància ≈ 2129 m (Villarriba a 898 m i Villabajo a 1231 m).

Solució Exercici 29.

a) Altura total $\approx 7,50$ m (Paret 4,8 m + Teulada 2,70 m).

b) $a \approx 9,25$ m; $b = 5,40$ m.

Solució Exercici 30.

Altura $\approx 122,3$ km.

Solució Exercici 31.

9.06

Solució Exercici 32.

12.87

Solució Exercici 33.

Assumint els radis de la imatge $r_1 = 1, r_2 = 2, r_3 = 4$: Triangle de centres amb costats 3, 5 i 6. Àrea triangle (Heró) $\approx 7,48$. Suma sectors circulars $\approx 6,97$. Àrea ombrejada $\approx 0,51$ u².

Solució Exercici 34.

Assumint tres cercles tangents de radi r : Àrea $= r^2(6 + \sqrt{3} + \pi) \approx 10,87r^2$.

Solució Exercici 35.

a) Triangle rectangle de base 4 i altura 3: Àrea = 6.

b) Triangle rectangle inscrit (hipotenusa=diàmetre=12): catets 8 i $\sqrt{80}$. Àrea $\approx 35,78$.

c) Àrea Segment (zona ombrejada): 8,38

Solució Exercici 36.

6372,9 Km

Solució Exercici 37.

1737 km