



Pràctica: funcions trigonomètriques

Tot seguit se us presenta una pràctica que consisteix en escoltar les funcions trigonomètriques i treure'n conclusions de quins són els elements bàsics del modelatge del so. Feu servir l'applet de Geogebra

<https://www.geogebra.org/m/denrb8ky>

i responeu les preguntes al formulari de Google

https://docs.google.com/forms/d/1Z120nHHm_aY2R9XNe1NuLSU8XZjhaafL2865XIbUjRw/edit

En obrir l'applet de Geogebra veureu que, per defecte, en clicar les caselles de sinus i cosinus obtindreu les gràfiques de $\sin(x)$ i de $\cos(x)$. Movent els “sliders” podeu modificar tres paràmetres:

- A : l'amplitud, el nombre que multiplica al sinus o cosinus
- ω (omega): la freqüència, el nombre que multiplica a x dins del sinus o cosinus
- α i β : la fase, el nombre que suma a ωx dins del sinus o cosinus. Aquests dos paràmetres els podeu variar movent els dos punts que apareixen sobre la circumferència.

Resumint, podeu representar les funcions:

$$A \sin(\omega x + \alpha)$$

$$A \cos(\omega x + \beta)$$

Fixeu-vos que les amplituds i les freqüències són de fet diferents encara que tinguin el mateix nom. Per no complicar la notació farem servir colors diferents; així, A serà l'amplitud del cosinus, mentre A serà la del sinus.

Variant aquests paràmetres podeu observar quins són els seus efectes sobre la gràfica de les funcions.

En tenir clicats tant sinus o cosinus apareix la opció de clicar a la casella “suma”, on es representa la funció suma de les altres dues. Aquesta funció es pot veure com una ona, per exemple, de so, pensant que x és el temps. En clicar “Reproduceix” es reproduirà el so corresponent a aquesta ona on el temps x s'ha escalat per tal que la freqüència corresponent a $\omega = 1$ sigui la de 440Hz, que és el La 4 (segons quins llocs també se'n diu La 3). En clicar “Atura el so” el so s'aturarà.

Responen, les següents preguntes al formulari de google que s'acompanya.

Comenceu observant les gràfiques del sinus i cosinus, per separat, i sense clicar la casella “suma”.

1. Descriu quin és l'efecte de variar els tres paràmetres: amplitud, fase i freqüència.
2. Què passa si $A = 0$? I si $A < 0$?
3. Què podeu dir d'una funció $f(x + a)$ respecte la funció $f(x)$ segons el signe d' a ?
4. Prenent $A = 1$ tant al sinus com el cosinus, digueu què han de complir α i β perquè les dues funcions siguin iguals. Relacioneu-ho amb alguna propietat trigonomètrica coneguda.



Cliqueu ara “Suma” i us apareixerà (en negre) la funció suma de les altres dues. A més, clicant “Reprodueix so” podreu escoltar el so corresponent a la funció resultant de sumar les altres dues. Observeu que fixant alguna de les amplituds a 0 podreu reproduir el so corresponent a la funció sinus i cosinus.

Fixeu l’amplitud del sinus a 0 per respondre les següents 4 preguntes:

5. Quin és l’efecte sobre el so resultant en variar l’amplitud del cosinus?
6. Quin és l’efecte sobre el so resultant en variar la freqüència del cosinus?
7. Quin és l’efecte sobre el so resultant en variar β ?
8. Tenint en compte que $\omega = 1$ correspon a $440Hz$, trobeu el lllindar del vostre oïda; és a dir, a quina freqüència deixeu de sentir el so?
9. Recordeu que el període és el que “triga” a repetir-se una funció periòdica. Quin és el període de la funció suma quan la freqüència valen una dos i l’altra tres? I quan una val 4 i l’altra 3?
10. Imagineu que una de les ones (per exemple el sinus) és un so i que el voleu cancel·lar com fan alguns auriculars amb ANC (Active Noise Cancellation) per tal d’anul·lar sons exteriors no desitjats. Això es podria aconseguir emetent un altre so (per exemple l’ona del cosinus). Quina relació hauran de tenir les freqüències, les amplituds i les fases (α i β) per tal que el segon so cancel·li el primer?
11. Imagineu la situació anterior, però al revés; és a dir, voleu amplificar un so emetent un altre so. Què han de complir les fases α i β per tal d’aconseguir amplificar el so?

Interpreteu ara les dues ones com dues notes musicals sonant alhora. Varieu les seves amplituds i freqüències i escolteu el so resultant.

12. Augmenteu una de les freqüències fins que el so més agut soni una octava més alta que el greu. Sabreu que es tracta d’una octava perquè el so resultant és “perfecte”. Quina relació hi ha entre les freqüències de dues notes que es porten una octava de diferència? I si es porten dues octaves de diferència?