

c) En $x = 0$ la funció no presenta cap problema, ja s'entra per la segona branca, i obtenim

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} 2x^2 - 3 = -3$$

Com $x = 0$ és del domini i els límits laterals existeixen i donen el mateix que $f(0)$, la funció serà contínua en $x = 0$.

d) La funció no té asímptotes verticals. Pel que fa a les horitzontals tenim

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + k}{x} = 1$$
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 - 3 = +\infty$$

Per tant, la funció tindrà una asímptota horitzontal per l'esquerra que serà la recta $y = 1$

2.7 Exponencials i logaritmes

Exercici 56.

Calculeu:

a) $\log_2 4 =$

e) $\log_7 (\sqrt{7}) =$

b) $\log_3 9 =$

f) $\log_3 \sqrt[3]{81} =$

c) $\log_2 32 =$

g) $\log_3 (\log_5 125) =$

d) $\log 1000 =$

Exercici 57.

Resoleu les equacions

a) $\log x + \log 20 = 3$

b) $\log(x + 1) = \log(x - 1) + 3$

c) $2 \log x - \log(x + 6) = 0$

d) $\log(x + 1) - \log x = 1$

e) $2 \log x - \log(x - 6) = 0$

Solució.

$$a) 3 = \log x + \log 20 = \log(20x) \implies 10^3 = 20x \text{ Per tant } x = \frac{1000}{20} = 50$$

$$b) \log(x+1) = \log(x-1) + 3 \implies \log(x+1) - \log(x-1) = 3 \implies \log\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = 3$$

$$3 \implies \frac{x+1}{x-1} = 10^3 \implies x+1 = 10^3(x-1) \implies x+1 = 10^3x - 10^3 \implies 1001 = 999x$$

$$\implies x = \frac{1001}{999}$$

Exercici 58: Pg. 249 n° 4.

La datació de restes arqueològiques es pot fer a partir de la quantitat de carboni 14 que contenen. La quantitat residual de Carboni 14 que trobem al fòssil segueix la llei exponencial

$$f(t) = q(t)q_0 2^{-\frac{t}{5700}}$$

on q_0 és la quantitat inicial de Carboni que contenia el fòssil quan era viu, q és la quantitat de que trobem al fòssil i t el temps en anys.

- a) *Escriuiu la funció que es fa servir per datar restes arqueològiques.*
- b) *Quina és l'edat d'una mòmia si la quantitat de carboni que presenta és la meitat de la que tindria si la persona fos viva?*

Solució.

Només cal aïllar t :

$$\frac{q}{q_0} = 2^{-\frac{t}{5700}} \implies \log_2\left(\frac{q}{q_0}\right) = -\frac{t}{5700}$$

$$\implies t = -5700 \log_2\left(\frac{q}{q_0}\right) \implies t = \log_2\left(\frac{q}{q_0}\right)^{-5700}$$

$$\implies t = \log_2\left(\frac{q_0}{q}\right)^{5700}$$

Per tal que la quantitat de carboni sigui la meitat que quan la persona era viva necessitem:

$$q = 0.5q_0 \implies \frac{q_0}{q} = 2$$

Per tant, l'edat de la mòmia serà:

$$t = \log_2(2)^{5700} = 5700 \text{ anys}$$