



Exercicis de distribucions de probabilitat

Escola d'Estiu - Juliol 2026

1. Una màquina talla taps de suro naturals per a ampolles de vidre. S'ha comprovat que el diàmetre dels taps de suro segueix una distribució normal de mitjana 24 mm i desviació típica 0.1 mm.
 - (a) Quina és la probabilitat que un tap de suro escollit a l'atzar tingui un diàmetre superior a 23.8 mm?
 - (b) El control de qualitat només accepta els taps de suro amb un diàmetre comprès entre 23.8 i 24.1 mm, i descarta la resta. Quin percentatge de taps de suro descartarà el control de qualitat?
2. La quantitat de cafè que dispensa una màquina de cafè segueix una distribució normal de mitjana 20 cl i variància 0.25 cl^2 . Recordeu que la variància és el quadrat de la desviació típica ($\text{variància} = \sigma^2$).
 - (a) Determineu la probabilitat que la màquina dispensi un cafè entre 19 i 21 cl.
 - (b) Trobeu la capacitat mínima del got perquè només es vessi el cafè un 5% de les vegades.
3. El pes de l'equipatge dels passatgers d'un avió es distribueix segons una llei normal de mitjana 20 Kg i una desviació típica de 4 Kg. Si la càrrega total per equipatges que admet l'avió és de 2100 Kg, quina és la probabilitat que se superi el pes límit quan viatgen 100 passatgers?
4. Una màquina s'encarrega d'omplir capsas de cereals. La quantitat de cereals dipositada a cada capsa segueix una distribució normal amb una desviació típica de 25 g. Quin hauria de ser el pes mitjà del contingut de les capsas si, en una mostra aleatòria de 100 capsas, la probabilitat que el pes mitjà sigui superior a 505 g és de 0.023?
5. En una enquesta de satisfacció d'una companyia de fibra òptica, el 70% dels clients enquestats responen "molt satisfet" amb l'atenció rebuda, i la resta tria altres opcions diferents. En una mostra de 10 clients:
 - (a) quina és la probabilitat que exactament tres clients responguin amb l'opció "molt satisfet"?
 - (b) Quina és la probabilitat que com a mínim dos clients escullin aquesta opció?
 - (c) Quina probabilitat hi ha que més de vuit clients responguin amb aquesta opció?

6. (Exemples PAU) Els components electrònics produïts per una determinada empresa són defectuosos amb una probabilitat de 0.01. L'empresa ven els components en paquets de 10 i es compromet a retornar els diners si el paquet conté 2 o més components defectuosos.
- (a) Calculeu la probabilitat que et retornin els diners si compres un paquet de components.
 - (b) Una persona ha comprat 3 paquets de components, quina és la probabilitat que li retornin els diners de, com a mínim, un dels paquets?
7. La temperatura diària a les 10 h del matí en un mes determinat segueix una distribució normal de mitjana 10°C i una desviació típica de 4°C . (Nota: requereix consultar la taula de la distribució normal).
- (a) Quina és la probabilitat que la temperatura d'un dia sigui superior a 11°C ?
 - (b) Quina és la probabilitat que la temperatura d'un dia sigui entre 8 i 10°C ?
 - (c) Si analitzem un mes de 30 dies, quants dies esperem amb més de 9°C a les 10 h del matí?
 - (d) Busca un interval de temperatura, centrat en la mitjana de 10°C , que contingui el 80% dels dies.
8. Segons l'INE, durant l'últim trimestre del 2023, el percentatge de dones pertanyents al conjunt de consells d'administració de les empreses de l'Ibex-35 va ser del 27,7 %. En una d'aquestes empreses es van reunir 10 consellers.
- (a) Troba la probabilitat que exactament la meitat fossin dones.
 - (b) Calcula la probabilitat que hi hagués, almenys, un home.
 - (c) Quina mitjana de dones esperem entre 10 consellers?
9. (PAU Juny 2026, MACS¹) Una empresa de telecomunicacions considera que una pàgina web és eficient si el seu temps de càrrega és inferior a 3 segons. L'empresa afirma que almenys el 50 % de les pàgines web que gestiona són eficients. Per comprovar aquesta afirmació, seleccionem una mostra aleatòria de $n = 2.500$ pàgines web gestionades per aquesta empresa. Suposem que, cada vegada que seleccionem una pàgina web per a la mostra, aquesta pot ser eficient (o no ser-ho) amb una probabilitat $p = 0,5$ i que el fet que una pàgina sigui eficient (o no) és independent del fet que la resta de pàgines ho siguin (o no). Considerem la variable aleatòria X , que compta el nombre de pàgines, d'entre les 2.500 de la mostra, que són eficients.
- Quina distribució té la variable X ? Calculeu la probabilitat que com a molt 1.299 pàgines siguin eficients. Per a fer-ho, utilitzeu l'aproximació per la distribució normal sense fer la correcció per continuïtat.

¹És el primer apartat de l'exercici 3, ja que el segon és d'inferència estadística.

10. (PAU Juny 2026, MACS, Andalusia²) Siguin A i B dos successos de l'espai mostral associat a un experiment aleatori. Se sap que $P(A)$ és el doble que $P(B)$, $P(\overline{B}|A) = 0.75$ i $P(A \cap B) = 0.2$.
- (a) Calcula la probabilitat que passi B .
 - (b) Calcula la probabilitat que no passin ni A ni B . Són incompatibles els successos A i B ?
 - (c) Si l'experiment es realitza 1350 vegades de forma independent:
 - i. determina la distribució de la variable aleatòria X : “nombre de vegades que succeeix B ”.
 - ii. Calcula la probabilitat que B succeeixi més de 499 vegades, però com a molt succeeixi 580 cops.
11. (PAU Juny 2025, MACS, Extr. Madrid 2025³) Una organització no governamental (ONG) vol saber quants diners dediquen les famílies a activitats d'interès social i en quin tipus d'activitats estan interessades. Per aquest motiu se selecciona un municipi a l'atzar.
- Se sap que el 70 % de les famílies del municipi destina una part del seu pressupost a activitats d'interès social. Si se seleccionen 200 famílies a l'atzar:
- (a) Indica la distribució de la variable aleatòria X = “número de famílies que no destinen diners a activitats d'interès social”. Determina el número esperat de famílies amb aquesta propietat.
 - (b) A través de l'aproximació per una distribució normal, calcula la probabilitat que el número de famílies de la mostra que destinen una part del seu pressupost a activitats d'interès social estigui comprès entre 138 i 145 famílies, ambdues incloses.

²És l'opció B de l'exercici 3.

³És només el problema 3.2, ja que el 3.1 és d'inferència estadística.