



Exercicis de probabilitat

Escola d'Estiu - Juliol 2026

1. En una baralla de cartes espanyoles, considerem els conjunts següents:

- $A = \{\text{figures de copes}\}$
- $B = \{\text{bastos}\}$
- $C = \{\text{un 1, un 2 o un 3}\}$
- $D = \{\text{un as}\}$
- $E = \{\text{copes o oros}\}$
- $F = \{\text{una figura}\}$

Determina les cartes que formen els conjunts següents:

- (a) $B \cap D$
- (b) $\overline{C}$
- (c) $\overline{C} \cap D$
- (d) $A \cup B$
- (e) $B \cap E$
- (f) $E \cap F$
- (g) $\overline{B \cup E}$
- (h) $B \cup E$
- (i) $\overline{D} \cap C$
- (j) $B \cup F$

2. Dibuixeu un diagrama de Venn amb la informació que es recull a la taula següent:

	B	$\overline{B}$
A	20	35
$\overline{A}$	55	75

Identifiqueu les regions i calculeu les probabilitats dels successos següents:

- (a) $A \cap B$
- (b) $\overline{A} \cap \overline{B}$
- (c) $A \cup B$
- (d) $\overline{A} \cup \overline{B}$
- (e) $\overline{A} \cup B$

3. Siguin A i B dos successos d'un experiment aleatori de manera que $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.6$ i $P(A \cup B) = 0.75$. Calcula $P(A \cap B)$, $P(\overline{A} \cap B)$ i $P(\overline{A} \cap \overline{B})$.

4. En un cert institut d'Igualada es fa una enquesta als 83 alumnes de 4rt d'ESO que hi ha en aquest centre. Els resultats són els següents:

- 60 tenen subscripció a Amazon Prime a casa;
- 34 tenen subscripció a Netflix a casa;
- 20 no tenen subscripció a cap de les dues.

Definim els conjunts següents:

- $A = \{\text{Tenir subscripció a Amazon Prime}\}$
- $N = \{\text{Tenir subscripció a Netflix}\}$

S'escull a l'atzar un alumne de 4rt d'ESO de tots els centres d'Igualada. Respon:

- Fes una estimació de $P(A \cap N)$.
- Fes una estimació de $P(A \cup N)$.
- Sabent que a tot Igualada hi ha 600 alumnes de 4rt d'ESO, quants d'ells, aproximadament, tindran subscripció a Netflix?
- Explica com faries l'enquesta per tal de millorar la fiabilitat dels resultats.

5. En Jaume treballa en un servei d'atenció al client. Un matí ha rebut 60 trucades. D'aquestes, 20 provenen de clients més joves de 30 anys, dels quals 15 són homes, i 20 corresponen a dones de 30 anys o més.

Considerem els conjunts següents:

- $A = \{\text{trucades de dones}\}$
- $B = \{\text{trucades de menors de 30 anys}\}$

Amb les dades que tenim, calcula aproximadament la probabilitat que la trucada següent sigui:

- d'un home;
- d'algú de 30 anys o més;
- d'un home de 30 anys o més;
- d'una dona de menys de 30 anys.

6. En una fira ha arribat una parada nova que s'anuncia amb els cartells següents:



- Decideixes provar sort i fer una partida. A quin dels dos jocs jugaries si el teu objectiu és minimitzar el risc de perdre els diners?

- (b) Pagues 10€ i fas 10 partides al joc de les boles. Quantes partides esperaries guanyar? Si es complís la predicció, quins serien els teus guanys o pèrdues després de les 10 partides?
- (c) Pagues 10€ i fas 10 partides al joc dels daus. En total, a quants daus esperaries treure la cara amb el nombre 6? Si es complís la predicció, quins serien els teus guanys o pèrdues al final de les 10 partides?
- (d) Ara tornes a pagar 10€ i fas 10 partides al joc dels daus. Quants diners esperaries guanyar o perdre?
7. Una persona fa servir una targeta dèbit (A) i una altra de crèdit (B). La probabilitat que un dia utilitzi la targeta de dèbit és del 80%; la de crèdit, del 30%, i, ambdues, del 12%. Calcula i interpreta en termes del problema les probabilitats següents:
- (a) $P(B|A)$
- (b) $P(A|B)$
- (c) $P(\bar{A}|B)$
- (d) $P(\bar{B}|\bar{A})$
8. Una empresa té una planta de fabricació de telèfons mòbils. Se sap que el 10% dels telèfons mòbils fabricats en aquesta planta són defectuosos. Si un telèfon és defectuós, la probabilitat que el procés de control de qualitat el detecti és del 95%. Si no és defectuós, la probabilitat que el consideri defectuós i el tregui de la producció és del 3%. Dibuixa el diagrama d'arbre i respon:
- (a) Si s'escull un telèfon a l'atzar, quina és la probabilitat que sigui defectuós i superi el control de qualitat i, per tant, es posi a la venda?
- (b) De cada 1000 telèfons, quants esperem que siguin defectuosos però tot i així superin el control de qualitat?
- (c) Si s'escull un telèfon a l'atzar, quina és la probabilitat que no sigui defectuós però tot i així no superi el control de qualitat?
9. L'Anna i en Lluís comparteixen cotxe per desplaçar-se diàriament a la feina. L'Anna condueix el 40% dels dies i en Lluís la resta. Quan condueix l'Anna, arriben tard el 5% dels dies, i quan condueix el Lluís, el 8%.
- (a) Calcula la probabilitat que un dia triat a l'atzar arribin tard a la feina.
- (b) Sabent que avui han arribat tard, quina és la probabilitat que conduís el Lluís?
10. La probabilitat que plogui un dia d'estiu en una ciutat és 0.2. La probabilitat que la temperatura màxima diària superi els 25°C és 0.3 quan plou i 0.8 quan no. Troba la probabilitat que un dia d'estiu no se superin els 25°C.
11. En una protectora d'animals tenen 65 gossos i 45 gats. Entre aquestes dues espècies, hi ha un total de 50 mascles i únicament tenen 20 gates. Determina la probabilitat que, escollit un animal d'aquestes espècies a l'atzar, sigui:
- (a) gos mascle;

- (b) un gat, sabent que hem escollit un mascle;
- (c) femella, sabent que hem escollit un gos.

12. (PAU Juny 2024, MACS) El Guiu i el Roc són uns grans aficionats al cinema i miren moltes pel·lícules de la plataforma digital a la qual estan subscrits. Els agrada tant que, si agafem una pel·lícula de la plataforma a l'atzar, la probabilitat que el Guiu l'hagi vista és 0.5, la probabilitat que el Roc l'hagi vista és 0.6, i la probabilitat que l'hagin vista tots dos és 0.25.

- (a) Si triem una pel·lícula a l'atzar, calcula la probabilitat que l'hagi vista el Roc però no el Guiu.
- (b) Si triem una pel·lícula a l'atzar, calcula la probabilitat que el Guiu l'hagi vista si sabem que almenys un dels dos l'ha vista.

13. Entrevistem 100 estudiants d'un institut i els fem les preguntes següents:

- (a) Has aprovat anglès aquest trimestre?
- (b) Has aprovat mates aquest trimestre?

Sabem que 60 han aprovat mates, 75 anglès i 45 les dues. Digues, de manera raonada, si el fet d'aprovar les dues matèries està relacionada o no; és a dir, aprovar mates i aprovar anglès, són successos independents?

14. L'Anna ha tingut entrevistes de treball en una empresa italiana i en una francesa. Estima que la probabilitat que li ofereixin feina a la italiana és del 70%; en la francesa, del 50%; i en ambdues, del 30%. Explica, de forma raonada, si el fet que li ofereixin feina en una empresa depèn del fet que li ofereixin feina en l'altra.

15. Un ordinador té instal·lats dos antivirus, que actuen de manera independent. En un moment donat, entra un virus a l'ordinador. La probabilitat que sigui detectat pel primer antivirus és del 96%, i pel segon, del 91%.

- (a) Quina és la probabilitat que el virus sigui detectat per algun dels dos antivirus?
- (b) Sabent que el virus ha estat detectat pel primer antivirus, quina és la probabilitat que el segon antivirus el detecti?

16. S'està avaluant l'eficàcia d'un nou test ràpid per a la detecció d'una malaltia tropical poc freqüent. Les dades tècniques del test són les següents:

- Si una persona té la malaltia, el test dona positiu el 96% de les vegades (Sensibilitat).
- Si una persona NO té la malaltia, el test dona negatiu el 95% de les vegades (Especificitat).
- Sabem que la malaltia afecta actualment el 2% de la població.

- (a) Defineix en termes de probabilitat condicionada què és un **Fals Negatiu** i un **Fals positiu** i calcula'n els valors per a aquest test.
- (b) Quina és la probabilitat que una persona triada a l'atzar doni positiu al test?
- (c) Si una persona dona positiu, quina és la probabilitat que realment tingui la malaltia? Comenta el resultat.

17. (PAU Juny 2026) L'Ajuntament de Canet de Mar ha aconseguit 24 entrades gratuïtes per a un concert d'un grup de rock català, i ha decidit sortejar-les entre els veïns interessats a assistir-hi. Tots els veïns del poble seguidors d'aquest grup s'apunten al sorteig, i només al 16 % els toca una entrada. De la resta de seguidors del grup, sis setenes parts intenten comprar una entrada per la web, on la probabilitat d'aconseguir-ne és del 25 %.

- (a) Quantes persones d'aquest municipi tenen entrada per al concert?
- (b) Si escollim a l'atzar un veí de Canet seguidor d'aquest grup de rock i no té entrada per al concert, quina és la probabilitat que hagués intentat aconseguir-la via web?

18. (PAU Juny 2026, MACS) La taula següent recull el nombre d'estudiants de grau (G), màster (M) i doctorat (D) matriculats a les tres facultats —Ciències (C), Enginyeria (E) i Lletres (L)— d'una petita universitat.

<i>Facultat</i>	<i>Grau (G)</i>	<i>Màster (M)</i>	<i>Doctorat (D)</i>	<i>Total</i>
Ciències (C)	450	172	41	663
Enginyeria (E)	445	178	45	668
Lletres (L)	438	183	48	669
Total	1.333	533	134	2.000

- (a) (Opció A) Si escollim un estudiant a l'atzar, quina és la probabilitat que sigui un estudiant de doctorat de la Facultat de Lletres?
Si escollim a l'atzar un estudiant que cursa un màster, quina és la probabilitat que estudiï a la Facultat d'Enginyeria?
- (b) (Opció B) Si escollim un estudiant a l'atzar, quina és la probabilitat que sigui un estudiant de màster de la Facultat de Ciències?
Si escollim a l'atzar un estudiant de la Facultat d'Enginyeria, quina és la probabilitat que cursi un màster?

19. (PAU Juny 2026, Andalusia) Disposem de dues bosses amb monedes d'or i monedes de plata. A la primera hi ha 2 monedes d'or i 3 monedes de plata. A la segona hi ha 6 monedes d'or i 3 monedes de plata. Sense mirar, extraïem una moneda a l'atzar de la primera bossa i la posem dins de la segona bossa. Després extraïem una moneda de la segona bossa.

- (a) Calcula la probabilitat que la segona moneda sigui d'or, sabent que la moneda que s'ha extret de la primera bossa era de plata.
- (b) Calcula la probabilitat que la moneda que s'ha extret de la primera bossa fos de plata, sabent que la segona moneda és d'or.