

Examen final
1^{er} Batxillerat
8 de juny de 2022

Els exercicis 1 a 3 són obligatoris. En canvi, podeu escollir 2 dels problemes 4-7.

Nom i Cognoms: _____

1. (2 punts) Determineu el domini i estudeu la continuïtat de la següent funció:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} & \text{si } x < -1 \\ \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

2. (2 punts) Feu els següents límits:

(a) (1 punt) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{-x^2 + 2x - 1}$

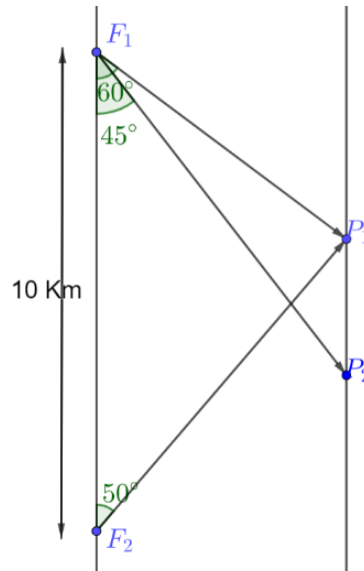
(b) (1 punt) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x}{4^x} =$

3. (2 punts) Donada la recta $r : 2x + 3y - 6 = 0$ i un punt $P = (3, 2)$ trobeu:

- (a) (0.5 punts) L'equació vectorial de la recta, s , paral·lela a r que passa per P .
(b) (0.5 punts) La distància entre r i s
(c) (0.5 punts) L'equació general de la recta perpendicular a r que passa per l'origen.
(d) (0.5 punts) L'equació de les dues rectes que passen per P i formen un angle de 60° amb la recta r .

Escolliu DOS dels següents 4 problemes. Encercleu a l'enunciat els que s'han de corregir.

4. (2 punts) Un vaixell navega paral·lelament a la línia que uneix dos fars F_1 i F_2 , situats a una distància de 10km un de l'altre. En un moment donat, la visual dirigida al vaixell des del far F_1 forma un angle de 60° amb F_1F_2 , i la visual des de F_2 forma un angle de 50° amb aquesta mateixa recta. Al cap de 10 minuts, la visual des de F_1 forma un angle de 45° amb F_1F_2 . A quina velocitat navega el vaixell? (suposeu que navega a velocitat constant).



5. (2 punts) Considereu la circumferència

$$c: x^2 - 2x + y^2 - 6y + 2 = 0$$

i un punt $P = (2, 4)$.

Trobeu les equacions de totes les circumferències de centre P tangents a c .

6. (2 punts) Una torradora disposa d'una rodeta on hi ha indicats uns números del 1 al 6 i que corresponen al temps de funcionament de la torradora. Després de fer diferents proves, s'ha arribat a la conclusió que el % de torrat d'una torrada segueix la següent llei quan la torrada es posa al natural (descongelada):

$$T(t) = 8 \left(e^{\frac{t}{2.4}} - 1 \right)$$

on t és el temps d'encesa de la torradora, en minuts.

Quan $T = 100$ la torrada es considera calcinada (100% de torrat) mentre que si $T = 0$ es considera que la torrada està al natural.

- (a) (1 punt) Doneu el temps que es triga a tenir la torrada al 60% si la posem descongelada.
- (b) (1 punt) En treure una llesca de pa del congelador la posem una estona a la torradora. En treure-la, observem que la torrada es troba al 40%. Quanta estona l'hauré de deixar més per tal d'aconseguir un torrat del 60%?
7. (2 punts) D'un triangle rectangle d'àrea 9 sabem que un dels catets es troba sobre la recta $r: 4x + 3y - 6 = 0$ i que un dels vèrtexs és el punt $A = (3, 3)$. Trobeu les coordenades de TOTS els altres possibles vèrtexs.