

Examen recuperació i millora
Matemàtiques 1^r Batxillerat
3 de juny de 2024

Nom i Cognoms: _____

Podeu fer servir les següents fórmules:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

1. (3 punts) Considereu la següent funció

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 3 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

(a) (0.75 punts) Trobeu-ne els punts de tall amb els eixos.

(b) (1.5 punts) Estudieu-ne la continuïtat.

(c) (0.75 punts) Calculeu

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \text{ i } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

2. (2 punts) Trobeu totes les solucions de les equacions:

(a) $\cos(x) = 1$

(b) $\cos(2x) = 0$

(c) $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = 0$

(d) $2 \cos^2(x) = \cos(2x) + 1$

3. (2 punts) Un quadrat té un vèrtex al punt $A = (1, 2)$ i dos vèrtexs sobre la recta $r : 2x - y + 2 = 0$. Trobeu els altres tres vèrtexs. Existeixen tres opcions diferents, qualsevol d'elles serà bona.

4. (3 punts) Considereu les següents rectes:

$$r : 3x - y = 0$$

$$s : x + 3y + 3 = 0$$

(a) (0.5 punts) Expliqueu raonadament si les dues rectes són paral·leles, coincidents o bé secants.

- (b) (1 punt) En cas que siguin secants trobeu el punt d'intersecció i l'angle de tall, si són paral·leles la distància entre elles. En cas que siguin iguals doneu dos punts de s que es trobin a distància 2.
- (c) (0.5 punts) Trobeu l'equació de la recta t paral·lela a r que passa pel punt $A = (2, 2)$.
- (d) (1 punt) Trobeu l'equació de la circumferència c que és tangent a les rectes r i t i té centre a la recta s .